

第2章 経済モデル

市東 亘

shito@seinan-gu.ac.jp

平成27年4月6日

本章の目的

- 集合の概念を理解する.
- 必要条件, 十分条件, 必要十分条件を理解する.
- 背理法の原理を理解する.
- 対偶を理解する.

1 集合の概念 (P.14)

(1) 集合の記号

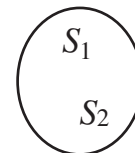
- 列挙による記述 _____
- 叙述による記述 _____ or _____
- 要素 (element) _____
(is an element of)

(2) 集合の関係

- 等しい集合 (identical set): _____

(例) $S_1 = \{2, 7, a, f\}$ $S_2 = \{f, 7, a, 2\}$

\Rightarrow _____

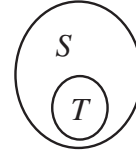


- 部分集合 (subset): _____

(例) $S = \{1, 2, 3, 4\}$, $T = \{3, 4\}$

\Rightarrow _____ (T is contained in S.)

\Rightarrow _____ (S includes T.)



部分集合の正確な定義: $x \in T$ ならば $x \in S$ が成立するとき $T \subset S$
 $\Rightarrow S \subset S$ が常に成立する!つまり, 自分自身が部分集合になる.

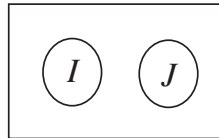
- 空集合 (null set, empty set): _____

\Rightarrow _____

空集合はいかなる集合の部分集合になる. otherwise 集合論の体系に矛盾を来す.

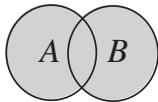
- 互いに素 (disjoint): _____

$I = \{1, 3\}$, $J = \{4, 5\}$



(3) 集合の演算

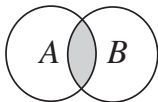
- 論理和



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$$

$A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $A \cup B = C \Rightarrow C =$ _____
 和集合 (union)

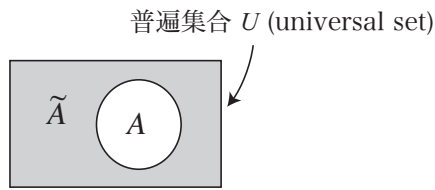
- 論理積



$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$$

$A \cap B = C \Rightarrow C =$ _____
 共通集合 (intersection)

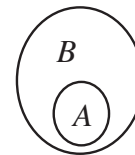
- 補集合 (complement): \tilde{A} _____



2 集合の応用

- (1) 命題: 真偽が明確に判断出来る文章. 「 x は P という性質を満たす.」 (例) $A = \{x \mid x \text{ は母である}\}$
 $B = \{x \mid x \text{ は女性である}\}$
- (2) 必要条件と十分条件: $A \implies B$

A ならば B である. _____
 (If A then B .)



- B は A の必要条件 (necessary condition).
 女性であることは、母である為の必要条件. しかし、全ての女性が母ではないので、女性であることは母である為の十分条件ではない.
- A は B の十分条件 (sufficient condition). A only if B .
 母であることは、女性である為の十分条件. 母であれば必ず女性なので、十分.

- (3) 必要十分条件 (necessary and sufficient condition): $A \iff B$

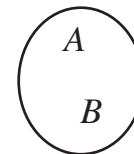
A ならば B であり、かつ、 B ならば A である.

$$A \implies B \quad \text{かつ} \quad B \implies A$$

(A only if B) (A if B)

A if and only if B . (A iff B.)

↓

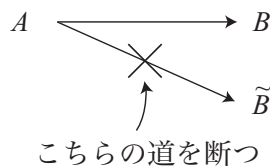


or

A と B は同値命題になる!

- (4) 背理法

ある命題が成り立たないと仮定して矛盾を導くことにより、その命題が成り立つことを示す方法.



B が成立するか
 しないか 2 つに
 1 つしかない.
 なぜなら
 $B + \tilde{B} = U$

(5) 対偶

$$A \implies B \iff \tilde{B} \implies \tilde{A}$$

各自ベン図で確認!

課題

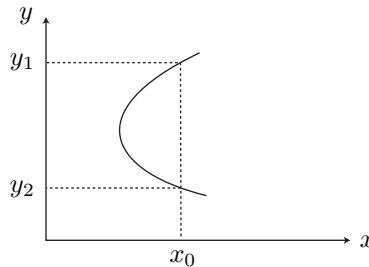
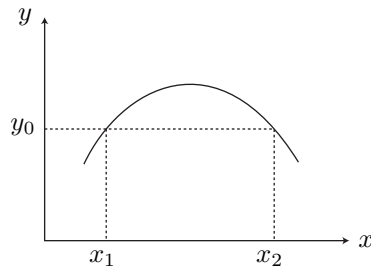
- テキスト pp.14–21, pp.105–107 を読む.
- P.21 練習問題 2.3 の 1–4, 7.
- $A \subset B$ かつ $B \subset A$ ならば $A = B$ を背理法を用いて証明せよ.

3 関数

関数とは? x の値が与えられたとき, y の値が一意に定まる時, y は x の関数といい $y = f(x)$ と表す.

x を関数の _____, y を関数の _____ という.

したのグラフで y は x の関数か?



4 いろいろな型の関数

$y = f(x)$: 関数の一般表現で, x と y の具体的関係が定められていない.

(1) 定値関数

$y = f(x) = 7$ y は x に対応して変化するのではなく一定の値をとる.

(2) 1 次関数 (線型関数)

$$y = f(x) = 3 + \frac{1}{2}x$$

課題

- (1) テキスト pp.22-40 を読む。関係と関数、指数については簡単なので各自自習。
- (2) 練習問題 2.5 の 1, 2, 5-8.