第 6 章 比較静学と導関数の概念

市東 亘
shito@seinan-gu.ac.jp

平成 22 年 5 月 31 日

本章の目的

- 変化率と微分係数を理解する.

比較静学 = パラメータ変化前と後における古い均衡と新しい均衡の比較.

1　変化率と導関数

$y = f(x)$　　　y: 内生変数　x: 外生変数，パラメータ.

比較静学: パラメータ x が変化すると均衡における内生変数 y はどのように変化するか？

$$\Downarrow$$

x，1 単位当たりの変化に対する y の変換量，すなわち変化率に注目する.

(1) 差分係数

- 「変化」の定義

  変数 x が x_0 から x_1 へ変化 $\Longrightarrow$ 変化量: ________________

- $y = f(x)$ の変化

  $x_0 \longrightarrow x_1$ の時の $y = f(x)$ の差分

$$x_0 \longrightarrow x_1 \quad \Longleftrightarrow \quad x_0 \longrightarrow \underline{\hspace{6cm}}$$

$$f(x_1) - f(x_0) \quad \Longleftrightarrow \quad \underline{\hspace{6cm}}$$

- x，1 単位当たりの y の変化量（y の x に対する変化率

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \underline{\hspace{8cm}}$$

- $y = f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ のケース．

- $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 4$ のケース．

今，$x_0 = 2$，$x_1 = 6$ とすると，$\Delta x = 4$ で，$\Delta y/\Delta x =$ ________ になる．

- x が 2 から 6 へ 4 変化すると，$\Delta y = 2\Delta x$ より y は ________ 変化する．
- $\Delta y/\Delta x = 2$ は，x が 2 から 6 へ変化する過程で，y が ________________ x，1 単位あたり 2 変化することを表している．

(2) 微分係数

- $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$ のケースでは，x_0 の位置や x_0-x_1 間の距離に応じて $\Delta y/\Delta x$ の値が異なった．
- それでは，x_1 に依存させず（すなわち x_0-x_1 間の距離に依存させず），ある点 x_0 における変化率はどのように求められるだろうか？

$\Longrightarrow$ ________________________________

- この ________________ を「元の関数から導かれた」という意で導関数（derivative）と呼ぶ．元の $y = f(x)$ は原始関数（primitive function）と呼ぶ．
- $\Delta x \to 0$ で差分係数の極限値をとったものを ____________ と呼び，差分係数と区別し ________ と書く．

$$\begin{cases} \text{微分} \ \equiv \ \text{導関数を求めること} \\ \text{微分係数} \ \equiv \ \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} \end{cases}$$

(3) 考察

(a) 差分係数は x_0 と Δx の関数であったが，微分係数は x_0 のみの関数となった．これは Δx を限りなくゼロに近づけたため．

(b) 微分係数が x_0 の関数ということは，x_0 の値に応じて微分係数の値も異なるということ．したがって，x_0 を変数 x に置き換えれば，微分係数もまた x の関数になる．これが導関数と呼ばれるゆえん．

(c) 上に関連して，傾きが一定である直線の式では，差分係数は x_0 に依存せず定数になった．したがって，微分係数も定数となる．

(d) 差分係数が x_0 から $x_0 + \Delta x$ 間の平均的な変化率を表しているのに対し，微分係数は x_0 における瞬時的な変化率を表している．

課題

(1) テキスト pp.149–156 を読む.

(2) 練習問題 6.2，1–3.

(3) テキスト pp.165–174 を読む.（不等式と極限に関する諸定理については各自で自習.）

(4) 練習問題 6.5，1–3.

2 関数の連続性と微分可能性

(1) 連続な関数: ジャンプしない．ギャップがない． $\Longrightarrow$ 極限値が存在する.

(2) 微分可能な関数: 滑らか $\Longrightarrow$ どちらの方向から極限をとっても極限値が等しい.

(3) 関数が連続でも微分可能とは限らない．例えば，キャップがなくても滑らかでなく屈折している線など.

課題

(1) テキスト pp.174–180 を読む.