

第3章 経済学における均衡分析

市東 亘

shito@seinan-gu.ac.jp

平成22年4月20日

本章の目的

- 経済分析を数学を用いて行なう例を見る。
- 内生変数, 外生変数, パラメータを理解する。
- 線形代数 (行列) の必要性を認識する。

1 均衡の意味

P.44 下から3行目

均衡とは, もしそれが達成されたなら, 外部的諸力にどのような変化もなければ, それ自身が持続する傾向のあるような状態.

↓

静学と呼ばれるゆえん. 動学分析は, 外部的諸力のうち時間が経過していく (下巻).

2 市場の部分均衡 — 線型モデル

例としてある市場における均衡を見てみる.

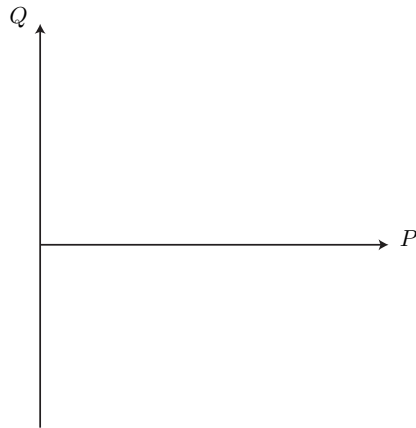
(1) モデルの構成

- 市場では1つの商品が取引されている. 需要量 _____, 供給量 _____
- 価格 P が上昇すると需要量 Q_d は減少し, 供給量 Q_s は増加する.

定数, パラメータ, 外生変数, 内生変数を確認!

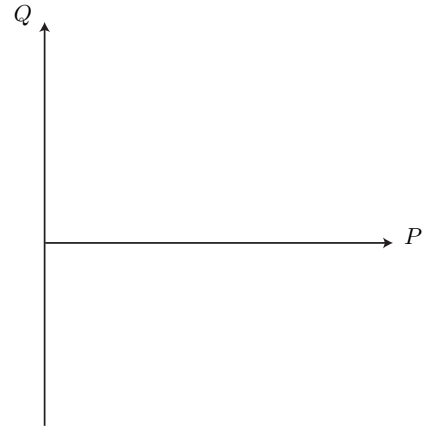
$$Q_d = 10 - 2P$$

$$Q_s = -8 + 4P$$



$$Q_d = a - bP$$

$$Q_s = -c + dP$$



右上のモデルを一般形で記述する.

$$Q_d = \underline{\hspace{10em}} \quad (\text{需要関数})$$

$$Q_s = \underline{\hspace{10em}} \quad (\text{供給関数})$$

$$Q_d = Q_s \quad (\text{需給均衡条件})$$

 本の独立な方程式

 個の内生変数について解ける

↓

$$\left. \begin{array}{l} Q_d^* = Q^*(a, b, c, d) \\ Q_s^* = Q^*(a, b, c, d) \\ P^* = P^*(a, b, c, d) \end{array} \right\} \text{均衡では } Q_d = Q_s \text{ なので関数形 } Q^*(\cdot) \text{ は同じ!}$$

(2) 考察 (比較静学)

(a) 均衡取引量が正の値となる条件は？

(b) 需要曲線が上にシフトすると新しい均衡はどうなる？

課題

- (1) テキスト pp.41-49 を読む.
- (2) 練習問題 3.2 の 1 と 3.

3 市場の部分均衡 — 非線型モデル

飛ばします.

4 市場の一般均衡

第 2 節では, 1 つの市場の需給しか見ていなかった. 実際には Q_d や Q_s は他の市場の価格にも依存し, 相互作用が働く.

- (1) 2 財市場モデル (財 2 個, 財価格も 2 つ)

テキスト版

$$\begin{array}{l}
 \text{第 1 財市場} \\
 \text{第 2 財市場}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 Q_{d1} = a_0 + a_1 P_1 + a_2 P_2 \\
 Q_{s1} = b_0 + b_1 P_1 + b_2 P_2 \\
 Q_{d1} = Q_{s1} \\
 \\
 Q_{d2} = \alpha_0 + \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 \\
 Q_{s2} = \beta_0 + \beta_1 P_1 + \beta_2 P_2 \\
 Q_{d2} = Q_{s2}
 \end{array} \right.$$

次のように書き換える.

$$\begin{aligned} \text{第 1 財市場} & \begin{cases} Q_{d1} = a_{10} + a_{11}P_1 + a_{12}P_2 \\ Q_{s1} = b_{10} + b_{11}P_1 + b_{12}P_2 \\ Q_{d1} = Q_{s1} \end{cases} \\ \text{第 2 財市場} & \begin{cases} Q_{d2} = a_{20} + a_{21}P_1 + a_{22}P_2 \\ Q_{s2} = b_{20} + b_{21}P_1 + b_{22}P_2 \\ Q_{d2} = Q_{s2} \end{cases} \end{aligned}$$

_____ 本の独立な方程式

_____ 個の内生変数

↓

$$Q_{di}^* = Q_{si}^* = Q_i^*(a_{10}, a_{11}, a_{12}, b_{10}, b_{11}, b_{12}, a_{20}, a_{21}, a_{22}, b_{20}, b_{21}, b_{22})$$

$$P_i^* = P_i^*(a_{10}, a_{11}, a_{12}, b_{10}, b_{11}, b_{12}, a_{20}, a_{21}, a_{22}, b_{20}, b_{21}, b_{22})$$

where $i = 1, 2$.

上のモデルを内生変数について解き, それぞれ上のような Q_i^* , P_i^* で書き表せるか確認せよ.
(課題)

(2) n 財のケース (財 n 個, 財価格も n 個)

Quiz. 内生変数は幾つ?

需要関数

$Q_{di} =$ _____

供給関数

$Q_{si} =$ _____

市場均衡条件

_____ where $i = 1, 2, \dots, n$.

式の数 _____ 本

↓

_____ はパラメータで解ける.

(3) 一般的な方程式の解

方程式の数 = 解きたい変数の数

↑

この条件だけでは方程式を解くのに十分ではない!

方程式と未知数を数える方法を適用するに先立って必要な 2 つの条件

(a) 整合性

モデルにおけるある 1 つの式を満たすことが他の式を満たすことを妨げないこと.

(b) 関数的独立性

余分な式がないこと.

$$\begin{cases} 5y = 4 + 2x \\ 15y - 1 = 11 + 6x \end{cases}$$

を解いてみよ.

連立方程式モデルについては、一意の (確定的) 解の存在をテストする組織的な方法が存在する

線型モデル \implies 行列式 (第 5 章)非線型モデル \implies 偏導関数とヤコビ行列 (第 7, 8 章)**課題**

- テキスト pp.55-64 を読む.
- 講義ノート p.4 の 2 財モデルを解け.
- 練習問題 3.5 (マクロ経済学の 45 度線モデル)